

5-8 klasių matematikos olimpiada “Matematinis iššūkis”

- 1. Prekybos centre pradėjus prekiauti naujais sausainiais, pirmą savaitę jų buvo parduota už 150 eurų, antrą savaitę – už 300 eurų, trečią savaitę – už 450 eurų ir taip toliau. Pastarąją savaitę šių sausainių buvo parduota už 1200 eurų. Kokia pinigų suma buvo gauta už šiuos sausainius per visą aprašytą laikotarpį?**

A 2100 **B** 3000 **C** 3500 **D** 4200 **E** 5400

Sprendimas. $150 + 300 + 450 + 600 + 750 + 900 + 1050 + 1200 = 5400$.

Atsakymas. E.

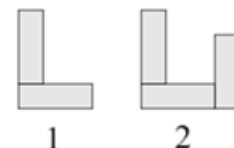
- 2. Andrius turi rankoje penkias korteles, kurios sudėtos vieną ant kitos. Kiekvienoje kortelėje užrašytas vienas skaičius. Viršutinėje kortelėje užrašytas 1, po ja yra kortelė su skaičiumi 2, dar žemiau – su skaičiais 3, 4 ir 5. Andrius paima kortelę, kuri yra viršuje, ir perkelia ją į apačią. Šį veiksmą jis nori pakartoti 78 kartus. Kortelė su kokių skaičiumi bus krūvelės viršuje po šių perkėlimų?**

A 1 **B** 2 **C** 3 **D** 4 **E** 5

Sprendimas. Po kiekvienų penkių perkėlimų, kortelės bus sudėtos ta pačia tvarka, kokia buvo iš pradžių. Todėl po 75 perkėlimų kortelės bus sudėtos pradine tvarka (viršutinėje kortelėje užrašytas 1). Po 76-tojo perkėlimo viršuje bus kortelė su skaičiumi 2, po 77-tojo – su skaičiumi 3, po 78-tojo – su skaičiumi 4.

Atsakymas. D.

- 3. Paveikslėlyje matomos figūros sudėliotos iš vienodų stačiakampių. Pirmos figūros perimetras lygus 52 cm, o antros – 76 cm. Kam lygus kiekvieno panaudoto stačiakampio perimetras?**



Sprendimas. Vieno stačiakampio ilgį pažymėkime a , o plotį b .

Sudėliotos iš dviejų stačiakampių pirmos figūros raudonai pažymėtų atkarpų ilgių suma lygi stačiakampio ilgiui a . Todėl šios figūros perimetrą sudaro $4a$ ir $2b$, t. y. $4a + 2b = 52$.

Antroje figūroje pažymėtų atkarpų ilgių suma taip pat lygi stačiakampio ilgiui. Šios figūros perimetrą sudaro $6a$ ir $2b$, t. y. $6a + 2b = 76$.

Antro ir pirmos figūrų perimetrų skirtumas lygus 24, šį skirtumą sudaro $2a$. Tuomet $a = 12$.

Irašę šią reikšmę vietoj a į pirmos arba antros figūros perimetro išraišką ir išsprendę lygtį, gauname, kad $b = 2$. Tuomet vieno stačiakampio perimetras: $P = 2 \cdot 12 + 2 \cdot 2 = 28$.

Atsakymas. 28 cm.

- 4. Jurgis miške prisirinko riešutų. Grįžęs namo, jis pasidalino su jaunesniais broliu ir seserimi – atidavė broliui Matui pusę visų savo riešutų ir pasakė, kad dalį jų atiduotų sesutei Saulei. Po to, kai Saulė pasiėmė iš Mato trečdalį jo turimų riešutų, jam liko 24 riešutai. Kiek riešutų parsinešė iš miško Jurgis?**

Sprendimas. Mato 24 riešutai sudaro $\frac{2}{3}$ riešutų kiekio, kurį jis buvo paėmęs iš Jurgio. Taigi, Matas buvo paėmęs 36 riešutus. Šis skaičius sudaro pusę visų riešutų. Taigi, iš viso jų buvo 72.

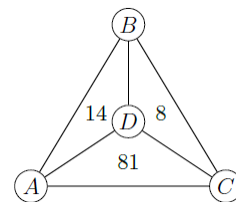
Atsakymas. 72 riešutus.

5-8 klasių matematikos olimpiada “Matematinis iššūkis”

5. Lukas į skrituliukus įrašė skaitmenis (nebūtinai skirtingus) ir kiekvieno trikampio viduje užrašė trikampio viršūnėse esančių skaitmenų sumą arba sandaugą. Jo sesutė skaitmenis užklajavo lipdukais su keturiomis raidėmis. Kokį skaitmenį slepia kiekviena raidė?

Sprendimas. Apatiniame trikampyje esančio skaičiaus 81 neįmanoma gauti sudėjus tris skaitmenis. Vadinas, jis gautas sudauginus tris skaitmenis. Skaičių 81 išskaidykime dauginamaisiais: $81 = 9 \cdot 9 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$. Trijų skaitmenų sandaugą galime užrašyti tik dviem būdais: $9 \cdot 9 \cdot 1$ arba $9 \cdot 3 \cdot 3$. Taigi, skaitmenys A, C ir D – tai tam tikra tvarka užrašyti skaitmenys 9, 9, 1 arba 9, 3, 3. Dešiniajame trikampyje yra skaičius 8. Kadangi $9 > 8$, tai nei D, nei C negali būti lygūs 9, todėl $C = D = 3$, o $A = 9$. Tuomet $B = 8 - 3 - 3 = 2$. Patikriname, ar kairiojo trikampio skaičiai atitinka sąlygą: $14 = 9 + 2 + 3$.

Atsakymas. A = 9, B = 2, C = 3, D = 3.



6. Iš storos skardos yra išpjauti 8 svareliai: 5 vienodi svareliai skritulio formos, 2 vienodi – trikampio formos ir vienas stačiakampio formos. Stačiakampio svarelio masė lygi 90 gramų. Yra žinoma, kad vieno skritulio formos ir vieno trikampio formos svarelių masių suma lygi trijų skritulio formos svarelių masei, o keturių skritulio formos svarelių masė lygi vieno trikampio formos, vieno skritulio formos ir vieno stačiakampio formos svarelių masių sumai. Kam lygi trikampio formos svarelio masė?

Sprendimas. Pavaizduokime, sąlygoje duotus duomenis schematiškai.

Matome, kad:

- 1) 3 skritulio formos svareliai sveria tiek pat, kiek 1 trikampio ir 1 skritulio formos svareliai;
- 2) 3 skritulio formos svareliai sveria tiek pat, kiek 1 trikampio ir 1 stačiakampio formos svareliai.

Iš šių dviejų teiginių išplaukia, kad 1 skritulio formos svarelis sveria tiek pat, kiek 1 stačiakampio – 90 gramų.

Kadangi $\bigcirc \bigcirc \bigcirc = \Delta \square$, tai $270 = \Delta + 90$. Taigi, trikampio formos svarelio masė yra $270 - 90 = 180$ gramų.

Atsakymas. 180 gramų.



7. Adomas languotame popieriuje pažymėjo taškus ir braižo trikampius, kurių plotas lygus 10 cm^2 , o viršūnės sutampa su pažymėtais taškais. Kiek tokių trikampių galima nubrėžti, jeigu langelio kraštinės ilgis yra 1 cm?

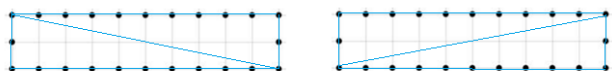
Sprendimas. Apriboto taškais stačiakampio ilgis yra 10 cm, plotis – 2 cm, todėl jo plotas lygus 20 cm^2 .

Trikampio plotas bus lygus 10 cm^2 dviem atvejais:

1) Kai trikampio viena kraštinė sutaps su apatine arba viršutine stačiakampio kraštinė (jos galai bus dvi trikampio viršūnės), o trečia viršūnė bus bet kuris iš 11 priešingos kraštinės taškų. Yra 11 trikampių, kai imam apatinę kraštinę ir jungiama su viršutinės kraštinės taškais, ir tiek pat trikampių, kai viršutinę kraštinę jungiama su apatinės kraštinės taškais.

2) Kai trikampio viena kraštinė sutaps su šonine stačiakampio kraštinė, o trečia viršūnė bus bet kuris iš 3 priešingos kraštinės taškų. Yra 3 trikampiai, kai kairė kraštinė jungiama su dešinės kraštinės taškais, ir tiek pat trikampių, kai dešinė kraštinė jungiama su kairės kraštinės taškais.

Nubraižėme $11 \cdot 2 + 3 \cdot 2 = 28$ trikampius. Keturi iš jų suskaičiuoti du kartus:



Taigi, iš viso yra $28 - 4 = 24$ trikampiai.

Atsakymas. 24.

