



5-8 klasių matematikos olimpiada “Matematinis iššūkis”

1. Kiek yra triženkliai skaičiai, kurių pirmasis skaitmuo lygus paskutinių dviejų skaitmenų sumai?

A 45 **B** 48 **C** 50 **D** 54 **E** 55

Sprendimas. Kai pirmas skaitmuo lygus 1, tai yra 2 tokie skaičiai: 101 ir 110; kai pirmas skaitmuo lygus 2, tai yra 3 tokie skaičiai: 202, 211, 220 ir t. t.; kai pirmas skaitmuo lygus 9, tai yra 10 tokių skaičių: 909, 918, ..., 990. Iš viso jų yra $2 + 3 + 4 + \dots + 10 = 54$.

Atsakymas. **D.**

2. Kiek skirtingų pirminių daliklių turi skaičius 240?

A 2 **B** 3 **C** 4 **D** 5 **E** 6

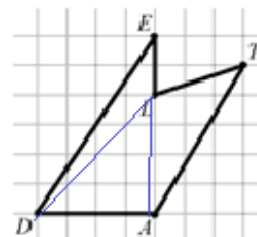
Sprendimas. Kadangi $240 = 2^4 \cdot 3 \cdot 5$, tai pirminių daliklių yra trys.

Atsakymas. **B.**

3. Languotame popieriuje pažymėti taškai D, E, L, T, A ir sujungti į penkiakampį taip, kaip parodyta brėžinyje. Apskaičiuokite penkiakampio $DELTA$ vidinių kampų sumą (vidinis kampas prie viršūnės L yra didesnis už 180°).

Sprendimas. Padalijame penkiakampį atkarpomis į tris trikampius. Kiekvieno trikampio kampų suma lygi 180° , todėl viso penkiakampio kampų suma lygi šių trikampių kampų sumai, t. y. $180^\circ \cdot 3 = 540^\circ$.

Atsakymas. 540° .



4. Ratu, susikibę už rankų, stovėjo 40 vaikų. Į klausimą „Ar laikai už rankos berniuką?“ teigiamai atsakė 22 vaikai, o į klausimą „Ar laikai už rankos mergaitę?“ teigiamai atsakė 30 vaikų. Kiek tarp stovėjusių ratu vaikų buvo mergaičių?

Sprendimas. Kadangi $22 + 30 = 52$, tai $52 - 40 = 12$ vaikų už rankos laikė ir berniuką, ir mergaitę. Todėl $30 - 12 = 18$ už rankų laikė tik mergaites. Tie 18 laikė 36 mergaičių rankas, o dar 12 laikė po vieną mergaičių ranką, taigi, buvo $36 + 12 = 48$ mergaičių rankos, tai pačių mergaičių buvo $48 : 2 = 24$.

Atsakymas. 24 mergaitės.

5. Eurų monetos yra trijų nominalų: 1 euro, 2 eurų ir 5 eurų. Paulius kišenėje turi keletą eurų monetų. Jeigu jis iš kišenės išimtų 3 monetas, tai tarp jų būtinai būtų 1 euro moneta, o jeigu išimtų 4 monetas, tai tarp jų būtinai būtų 2 eurų moneta. Koks monetų rinkinys gali būti Pauliaus kišenėje?

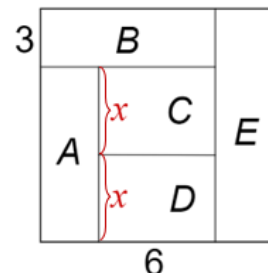
Sprendimas. Jeigu kišenėje yra 4 monetos, tai turi būti bent dvi 1 euro monetos ir bent viena 2 eurų moneta. Galimi rinkiniai (1, 1, 1, 2), (1, 1, 2, 2), (1, 1, 2, 5). Jeigu kišenėje yra 5 monetos, tai tarp jų būtinai turi būti trys 1 euro monetos. Galimas vienintelis rinkinys (1, 1, 1, 2, 2). Jeigu kišenėje 6 ir daugiau monetų, tai tarp jų bus ne mažiau kaip keturios 1 euro monetos, o tai prieštarauja sąlygai, kad tarp ištrauktų 4 monetų būtinai yra 2 eurų moneta.

Atsakymas. (1, 1, 1, 2), (1, 1, 2, 2), (1, 1, 2, 5), (1, 1, 1, 2, 2)



5-8 klasių matematikos olimpiada “Matematinis iššūkis”

- 6. Kvadratas padalytas į penkis stačiakampius, pažymėtus raidėmis A, B, C, D ir E . Stačiakampio B vienos kraštinės ilgis lygus 3, o stačiakampio D vienos kraštinės ilgis lygus 6. Kam lygus kvadrato plotas, jeigu žinoma, kad stačiakampių A, B, C ir D plotai yra lygūs?**



Sprendimas. Stačiakampiai C ir D turi bendrą kraštinę (jos ilgis lygus 6) ir jų plotai yra lygūs, todėl ir kitų šių stačiakampių atitinkamos kraštinės irgi yra lygios. Pažymėkime jų ilgius x . Gauname, kad stačiakampio A kraštinės ilgis yra 2 kartus didesnis už stačiakampio D kraštinės ilgį ir lygus $2 \cdot x$. Kadangi stačiakampių A ir D plotai yra lygūs, tai trumpesnioji stačiakampio A kraštinė turi būti 2 kartus trumpesnė už stačiakampio D ilgesniąją kraštinę – jos ilgis lygus 3. Tuomet stačiakampio B kitos kraštinės ilgis lygus $3 + 6 = 9$.

Stačiakampių A, B, C ir D plotai lygūs $3 \cdot 9 = 27$.

Stačiakampio A ilgesniosios kraštinės ilgis lygus $27 : 3 = 9$.

Kvadrato kraštinės ilgis yra $3 + 9 = 12$, tuomet kvadrato plotas lygus $12 \cdot 12 = 144$ ploto vienetų.

Atsakymas. Kvadrato plotas lygus 144 ploto vienetams.

- 7. Trys piratai rado į negyvenamos salos krantą išmestą laivą su auksinėmis monetomis. Pradžioje jie visas monetas pasidalijo santykiu $8 : 6 : 5$. Po to persigalvojo ir visas monetas pasidalijo santykiu $7 : 5 : 4$. Antrą kartą vienas iš piratų gavo 25 monetomis daugiau negu buvo gavęs prieš tai. Kiek auksinių monetų kiekvienas piratas buvo gavęs iš pradžių?**

Sprendimas. Pirmiausia nustatykime, kurio pirato dalis padidėjo, pakeitus monetų dalijimo santykį. Dalijant monetas santykiu $8 : 6 : 5$, jas galima padalyti į $8 + 6 + 5 = 19$ vienodų dalių, ir kiekvienas piratas pradžioje gavo $\frac{8}{19}$, $\frac{6}{19}$ ir $\frac{5}{19}$ visų monetų. Dalijant monetas santykiu $7 : 5 : 4$, piratai gavo atitinkamai $\frac{7}{16}$, $\frac{5}{16}$ ir $\frac{4}{16}$ arba $\frac{1}{4}$ visų monetų. Palyginkime kiekvieno pirato pradžioje gautų monetų kiekį su tuo, kurį gavo pakeistus dalijimo santykį.

- Kadangi $\frac{8}{19} = \frac{128}{16 \cdot 19} < \frac{133}{16 \cdot 19} = \frac{7}{16}$, tai, pakeitus dalijimo santykį, pirmasis piratas gavo daugiau monetų.
- Kadangi $\frac{6}{19} = \frac{96}{16 \cdot 19} > \frac{95}{16 \cdot 19} = \frac{5}{16}$, tai antrasis gavo mažiau monetų.
- Kadangi $\frac{5}{19} = \frac{20}{4 \cdot 19} > \frac{19}{4 \cdot 19} = \frac{1}{4}$, tai, trečiasis gavo mažiau monetų.

Matome, kad tik pirmasis piratas gavo daugiau monetų ir 25 monetas sudaro $\frac{7}{16} - \frac{8}{19} = \frac{133}{16 \cdot 19} - \frac{128}{16 \cdot 19} = \frac{5}{304}$ visų monetų skaičiaus. Tuomet iš viso laive buvo $25 : 5 \cdot 304 = 1520$ aukso monetų. Žinodami visų monetų skaičių, galime suskaičiuoti, kiek monetų gavo kiekvienas piratas:

- pirmasis piratas gavo $\frac{8}{19}$ iš 1520, t. y. $1520 : 19 \cdot 8 = 640$ monetų;
- antrasis piratas gavo $\frac{6}{19}$ iš 1520, t. y. $1520 : 19 \cdot 6 = 480$ monetų;
- trečiasis piratas gavo $\frac{5}{19}$ iš 1520, t. y. $1520 : 19 \cdot 5 = 400$ monetų.

Atsakymas. Iš pradžių pirmas buvo gavęs 640, antras – 480, trečias – 400 aukso monetų.